

به نام او



مرکز ملی پرورش استعداد های درخشان دانش پژوهان جوان

دفترخانه امور پژوهشی اداره استعداد های درخشان استان اصفهان

پانزدهمین دوره کارسوق مهرگان

دانش آموز گرامی لطفا قبل از شروع به نکات زیر توجه کنید:

۱) چند تا نفس عمیق بکشید و با آرامش به سوالات جواب دهید.

۲) ابتدا نام ، نام خانوادگی ، نام مرکز خود را در روی هر برگه پاسخ نامه بنویسید.

۳) تعداد سوالات ۵ عدد و وقت امتحان ۳ و نیم ساعت (۸:۳۰ تا ۱۲) می باشد.

۴) ممکن است در ابتدا کار جوابی برای سوالات پیدا نکنید. نگران نشوید و بیشتر فکر کنید.

۵) جواب هر سوال را در یک برگه جداگانه بنویسید و سعی کنید جواب های خود را با فط خوانا بنویسید.

۶) جواباتون حتما با راه حل و دلیل باشه. اگر به جوابی نوبی نرسیدید راه هلتون (و ایده هایی برای حل

سوال) میتونه نمره داشته باشه.

آزمون مرحله دو

تاریخ آزمون : جمعه ۱۳۹۳/۱۲/۱۵

"استدلال ریاضی را می توان به طور خلاصه، تمرین از ترکیب دو قابلیت شهود و ابتکار نامید."

آلن تورینگ (ریاضیدان و رمزنگار ۱۹۰۴-۱۹۱۲)



«برگرفته از یک داستان واقعی»

زمان: بحبوحه‌ی جنگ جهانی دوم

مکان: بلچلی پارک (Bletchley Park)، انگلستان

عده‌ای از ریاضیدانان و رمزنگاران انگلیسی توسط سرویس‌های امنیتی بریتانیا استخدام شده‌اند تا رمز پیچیده‌ترین مسأله‌ی رمزنگاری دوران یعنی ماشین رمز نگاری آلمان‌های نازی، "انیگما" (Enigma) را بگشایند؛ مسأله‌ای که حل آن می‌تواند منجر به پیروزی سریع‌تر بر هیتلر و متحدانش شود.

اعضای این تیم ۶ نفره عبارتند از:

جوان کلارک (Joan Clarke)، هیو الکساندر (Hugh Alexander)، جان کزنکراس (John Cairncross)، پیتیر هیلتون (Peter Hilton)، جک گود (Jack Good) و البته سرگروه این تیم کسی نیست جز ریاضیدان و رمزنگار معروف: آلن تورینگ (Alan Turing).

۱. روز اول شروع کار ۶ دانشمند جوان در بلچلی پارک است و آن‌ها در حین خوش و بش، مشغول بررسی روابط دوستی بین خودشان هستند (هر فرد در این جمع با تعدادی از افراد این جمع دوست است البته دقت کنید که ممکن است یک فرد در این جمع با هیچکس دوست نباشد). همچنین دوستی یک رابطه دوطرفه است یعنی اگر مثلاً آلن با جوان دوست باشد، جوان نیز با آلن دوست است. حال نشان دهید در هر صورتی میتوان ۲ نفر را نشان داد که تعداد دوستانشان در جمع برابر باشد. (۱۰ امتیاز)

۲. الف) ماه‌ها از کار روی پروژه‌ی انیگما گذشته و هنوز توفیق چندانی در شکستن رمز انیگما به طور کلی به‌دست نیامده، با این حال تیم توانسته با اطلاعاتی که جاسوسان در اختیار سرویس‌های امنیتی متفقین گذاشته‌اند برخی متن‌های رمزنگاری شده را رمز گشایی کنند، غافل از اینکه در بین خود آن‌ها نیز جاسوسی وجود دارد که اطلاعات را به شوروی می‌رساند. وی هر شب پس از خروج از آزمایشگاه (نقطه‌ی A) به نقطه‌ی دلخواهی در امتداد ساحل رودخانه‌ی بزرگ اوس (خط L) می‌رود تا نامه‌های محرمانه‌اش را به‌دست مأمور مخفی دیگری برساند و سپس به ساختمان محل اقامتشان در نقطه‌ی B می‌رود و به بقیه‌ی افراد تیم می‌پیوندد. از آنجایی که این روند، کار هر شب اوست و اگر هر شب بخواهد مسافت زیادی را طی کند (و طبیعتاً خیلی دیرتر به محل اقامتشان برسد) کم‌کم بقیه به وی شک می‌کنند، و از آنجایی که وی علاوه بر جاسوس یک

ریاضیدان هم هست (!) به نظر شما او از چه مسیری حرکت می کند تا در این مسیر (از A به ساحل و از آنجا به B) کمترین مسافت را طی کند؟ همچنین روش خود را برای پیدا کردن کوتاه ترین مسیر کاملاً توضیح دهید. (۱۰ امتیاز)

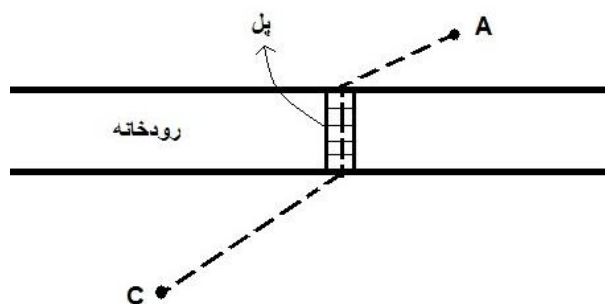
B *

*A

————— L

ب) کیلومترها آنسو تر از بلجلی، در ایران کارآگاه نامدار ژاندارمری اسماعیل علوی که مدتی است دوران تبعیدش به خاطر مخالفت با شاه تمام شده، در زمانی که ایران با وجود اعلام بی طرفی از آتش جنگ در امان نمانده، به کمک نیروهای مبارز وطن آمده، وی در ماجرای دستگیری یک جاسوس شوروی در ایران به مدارکی برمی خورد که نشان از جاسوسی جان کرنکراس دانشمند انگلیسی برای شوروی دارد. با مذاکرات محرمانه‌ی بین دو کشور، برای مبارزه با دشمن مشترک (هیتلر) کارآگاه علوی به علت شهرتش در کشف معماهای جنایی به همراه یک تیم انگلیسی برای بررسی دقیق تر پرونده به نزدیکی محل آزمایشگاه تورینگ و همکارانش فرستاده می شوند تا بتوانند کرنکراس را تحت نظر بگیرند. محل استقرار آن‌ها نسبت به آزمایشگاه (نقطه‌ی A)، در سوی دیگر رودخانه واقع شده است (نقطه‌ی C).

جهت آسانی رفت و آمد به آزمایشگاه به پیشنهاد کارآگاه قرار است بر روی این رودخانه پلی احداث کنند به طوری که حتماً پل بر مسیر رودخانه عمود باشد و کج یا مایل نباشد. حال میخواهند پل را در نقطه‌ای از مسیر رودخانه احداث کنند به طوری که مجموع مسافت مسیر مستقیم از آزمایشگاه (نقطه‌ی A) به پای پل و از این طرف پل به آن طرف پل و از پای پل تا C کمترین حالت ممکن باشد تا تیم کارآگاهان کمترین مسافت را طی کنند. حال شما این نقطه (محل احداث پل) را پیدا کنید و روش خود را توضیح دهید. برای مثال یک شکل فرضی در زیر نمایش داده شده است. (۱۵ امتیاز)



۳. آلن تورینگ در مرحله‌ای از کار نیاز به انتخاب و استخدام متخصصان جدیدی برای تکمیل تیمش را حس کرده است. پس از برگزاری آزمون‌های اولیه، ۸ نفر به مرحله‌ی نهایی راه یافته‌اند. تورینگ می‌خواهد لیستی از آن‌ها تهیه کند که در آن لیست به ترتیب از قوی به ضعیف باشند (از لحاظ قدرت رمزگشایی). به همین جهت وی نوعی مسابقه‌ی رمزنگاری طراحی کرده که با برگزاری آن بین دو نفر، اگر متخصص A از متخصص B ببرد مشخص می‌شود متخصص A از B قوی تر است. همچنین او میدانند که اگر A از B ببرد و B از C ببرد آنگاه اگر بین دو متخصص A و C مسابقه برگزار کند حتماً A می‌برد (چون A از B قوی تر و B از C قوی تر است پس در نتیجه A از C قوی تر است)، پس به همین جهت دیگر لازم نیست بین A و C مسابقه برگزار کند. حال تورینگ می‌خواهد با برگزاری کمترین تعداد مسابقه این لیست را تهیه کند. او مسابقه‌ها را چگونه و به چه ترتیبی برگزار کند تا بتواند لیست مورد نظر را درست کند؟ دلایل خود را کامل توضیح دهید. (۳۰ امتیاز)

۴. در جریان کار روی پروژه‌ی اینگما، تورینگ دستگاهی طراحی کرده که امروزه آن را با نام ماشین تورینگ می‌شناسیم، دستگاهی که در واقع از اولین کامپیوترها به حساب می‌آید. به عنوان مقدمات یکی از تست‌های این دستگاه، آلن می‌خواهد یک رشته از ۰ و ۱ به طول ۱۰۰ را که ترتیب ۰ و ۱‌ها به هر نحوی ممکن است باشد را برای دوستش هیو که آن رشته را نمی‌داند توسط دو دستگاه مخابره‌ی شرکت مخابرات رادیویی بلجلی بفرستد (به این رشته رشته اصلی گوئیم) برای مثال به "۱۰۱۰۱۰۰۱۱۱" به رشته از ۰ و ۱ و به طول ۱۰ می‌گوئیم.

آلن و دوستش هیو متوجه شده اند که به علت قدیمی بودن دستگاه اول ارسالی مخابرات، آن دستگاه ممکن است فقط یکی از رقم‌ها را تغییر دهد (یعنی ممکن است یکی از ۰‌ها به ۱ و یا اینکه یکی از ۱‌ها به ۰ تبدیل شود) البته ممکن هم هست هیچ رقمی تغییر نکند. از طرف دیگر هزینه‌ی مخابره‌ی پیام با استفاده از دستگاه دوم (سالم) به ازای هر رقم بسیار بالاست و ترجیح بر این است که با آن دستگاه تا حد امکان رشته‌های کوتاه ضروری فرستاده شود.

الف) آلن و هیو می‌خواهند بین خودشان قرار بگذارند که آلن رشته‌ی اصلی (به طول ۱۰۰) را با دستگاه اول بفرستد، و با دستگاه دوم رشته‌ای با طول خیلی کم بفرستد به طوری که هیو پس از دریافت هر دو رشته بفهمد آیا رشته‌ی اول تغییر کرده است یا که کاملاً سالم رسیده است. حال شما این روش را پیشنهاد دهید به طوری که رشته‌ای که با دستگاه دوم فرستاده می‌شود کمترین تعداد رقم را داشته باشد. (۲۰ امتیاز)

ب) این بار آلن و هیو می‌خواهند، رشته‌ی اصلی (به طول ۱۰۰) را با دستگاه اول بفرستد، و با دستگاه دوم به گونه‌ای رشته‌ای با طول خیلی کم بفرستد به طوری که هیو پس از دریافت هر دو رشته نه تنها بفهمد که آیا رشته‌ی اول تغییر کرده است یا که کاملاً سالم رسیده است، بلکه در صورت تغییر بفهمد که کدام رقم تغییر کرده است (بتواند رشته درست را به دست آورد). حال شما این روش را پیشنهاد دهید به طوری که رشته‌ای که با دستگاه دوم فرستاده می‌شود کمترین تعداد رقم را داشته باشد. (۴۰ امتیاز)

۵. در نهایت پس از بیش از دو سال تلاش دانشمندان در بلجلی، و با بهره‌گیری از ماشین تورینگ، رمز اینگما شکسته شد. مسأله‌ای به دست دانشمندان حل شد که تخمین زده می‌شود باعث خاتمه‌ی جنگ دو سال زودتر از حالت عادی و نجات جان چهارده میلیون انسان شد. نتایج تحقیقات و شکسته شدن رمز اینگما توسط تورینگ و همکارانش، نزدیک پنجاه سال به عنوان اسرار محرمانه فاش نشد.

کارآگاه علوی هم پس از شناسایی موفق جاسوس، به ایران بازگشت. وی نیز برای اینکه ماجرا محرمانه بماند، گزارشی که نوشته بود را از بین برد، اما قبل از این کار طبق عادت سعی کرد با برگه‌ی گزارش مسأله‌ای برای خودش مطرح کند، وی سعی کرد راهی بیابد که کاغذش بیشترین محیط ممکن را پیدا کند.

شما نیز کاغذی را که به عنوان پاسخنامه به شما داده شده است به گونه‌ای تحویل دهید که بیشترین محیط ممکن را داشته باشد. در نظر داشته باشید تنها کاری که شما مجاز به انجام آن هستید فقط تا زدن است و هیچ کار دیگری از قبیل پاره کردن یا . . . مجاز نیست. ضمناً هر خط تایی را ضمن آنکه از محل مورد نظر محکم تا میکنید از محل مورد نظر با خط چین مشخص کنید و دلیل خود را برای اینکه این حالت بیشترین محیط ممکن را دارد توضیح دهید. (۲۵ امتیاز)

موفق باشید ☺

