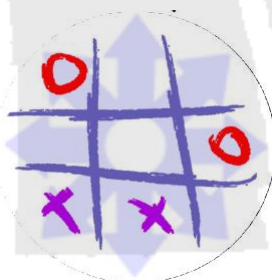


به نام خدا



مرکز ملی پرورش استعدادهای درخشان و دانش پژوهان جوان  
دبیرستان استعدادهای درخشان شهید اژه ای یکت (دوره اول)  
دبیرستان استعدادهای درخشان فرزنانگان امین دو (دوره اول)



## شانزدهمین کارسوق بزرگ ریاضیات - دوره ی مهرگان

(مرحله ی دوم)

جمعه ۱۴ اسفندماه ۱۳۹۴

### نکات زیر رو لطفاً و حتماً بخونید

سلام، سلام، سلام!

۱. اول از همه این که **همتا همتا همتا همتا** نام و نام خانوادگی تون رو بالای **همه ی برگه های پاسخ** بنویسید.
۲. به نکته ی **توجه فیللی** ویژه ای بکنید! آگه این اطلاعات رو بنویسید برگه تون تصحیح نمیشه و حق فودتون ضایع میشه.
۳. پاسخ هر سوال رو توی برگه های **چراگانه** بنویسید. آگه توی یک برگه بیش از یک سوال باشه فقط یکی از سوالات اون برگه تصحیح میشه.
۴. لطفاً پاسخ هاتون رو **خوانا** و **تمیز** بنویسید!
۵. آگه اول امتحان راه علی به **ذهنتون نرسید**، آرامش فودتون رو **مغفظ** کنید و باز هم **دنبال** راه حل بگردید. **فوشبقتانه** وقت امتحان فیللی زیاده.
۶. همین! شروع کنید! **ایا و گنوسماس** در صفات **بعری** منتظر شما هستند!!

همونطور که یاد تونه اپا و گنوسماس دشمنی دیرینه ای با هم داشتند و همیشه در حال جنگ بودند. اما در سرزمین لیا بوم که اپایان و گنوسماسیان بر آن حکومت می‌کردند اتفاقی می‌افتد که ...!

یک روز که اپا و گنوسماس از فواب بیدار شدن متوجه می‌شن، به جای اینکه هر کدوم در قصرهای مجلل خودشون باشن در اتاقی بسیار بزرگ در قصری که هرگز تا به حال ندیده بودن روبروی هم نشستن. اونا فیلی زود فهمیدن که دزدیده شدن ولی هر یقدر فکر کردن نتونستن بفهمن که این کار، کار کی می‌تونه باشه، تا اینکه یکی از درهای اتاق باز شد و شخص قد بلندی با پشمانی درشت وارد شد. گنوسماس و اپا سریع اونو شناختن و نافود آگاه باهم دیگه فریاد زدن: «ای فائنا! تویی؟». بله کسی که از در وارد شده بود، کسی نبود جز «یواوه» همبازی دوران کودکی اپا و گنوسماس که همیشه اونو مسفره می‌کردن. یواوه هم برای اینکه از اپا و گنوسماس انتقام بگیره اونا رو دزدید تا توی یه فرصت مناسب سر به نیستشون کنه! اپا و گنوسماس فیلی زود فهمیدن که باید هر چه سریعتر از اینجا فرار کنن و زندگیشون در فطره ...

## سوال ۱:

یواوه بعد از اینکه به اپا و گنوسماس فوشامر گفت دستور داد که برای آنها میوه بيارن. بعد از اینکه میوه‌ها رو که فقط موز و سیب بودن آوردن، رو به اپا و گنوسماس کرد و گفت: «باید با هم یه بازی بکنیم. این میوه‌ها رو روی یه فط می‌پنیم و از سمت راست به صورت نوبتی شروع می‌کنیم به خوردن اونها. یکبار نوبت من و یکبار هم نوبت شما دوتا با هم. در هر نوبت هر تیم حق داره هر تعداد میوه که فواست بفوره به شرط اینکه همه ی میوه‌ها از یک نوع باشه. و بعد نوبت تیم دوم میشه و تیم دوم هم به همین ترتیب تعدادی میوه از سمت راست میوه‌ها می‌فوره و بازی همینطور ادامه پیدا میکنه تا اینکه یک تیم مجبور بشه آخرین میوه سمت چپ که سمی هست رو بفوره. فب حالا شما اول شروع می‌کنید یا من شروع کنم؟»

به نظر شما اپا و گنوسماس بطور می‌تونن طوری بازی کنن که یواوه رو شکست بدن و چون خودشون رو نجات بدن؟ اپا و گنوسماس باید بازی رو شروع کنن یا یواوه؟ (توجه: یواوه یک تیم و اپا و گنوسماس هم با همدیگه یک تیم هستن و هر تیمی میوه سمی رو بفوره بافته!)



(توجه: این شکل فقط یک مثال برای نحوه پیشش میوه هاست و میوه‌ها ممکن است به هر صورتی پیده شده باشن.)

## سوال ۲:

بعد از اینکه الپا و گنوسماس تونستن بازی میوه ها رو بپرن و یواوه رو مسموم کنن تصمیم گرفتن که هر چه زودتر فرار کنن. اونها به سمت در اصلی دویدن اما همونطور که عرس زدید در قفل بود. کنار در ۱۰۰ تا کوزه وجود داشت و روی در نوشته شده بود :

«وزن هر کوزه دو برابر وزن یکی و نصف وزن یکی دیگر از کوزه هاست، به جز سنگین ترین و سبکترین آنها. هیچ دو کوزه ای وزن یکسان ندارند. سنگین ترین کوزه را پیدا کن و کلید از آن توست. مواظب مارهای درون دیگر کوزه‌ها باش!»

تنها وسیله‌ای که آن اطراف است یک ترازوی دو کفه ای است که فقط زمانی درست کار می‌کند که همهی کوزه‌ها را بر روی آن بگذاریم. (یعنی تعدادی از کوزه‌ها بر روی یک کفه و بقیه‌ی آنها بر روی کفه‌ی دیگر قرار گیرند.) می‌توانید به الپا و گنوسماس کمک کنید تا فقط به وسیله این ترازو کوزه‌ای که کلید در آن است را پیدا کنند؟

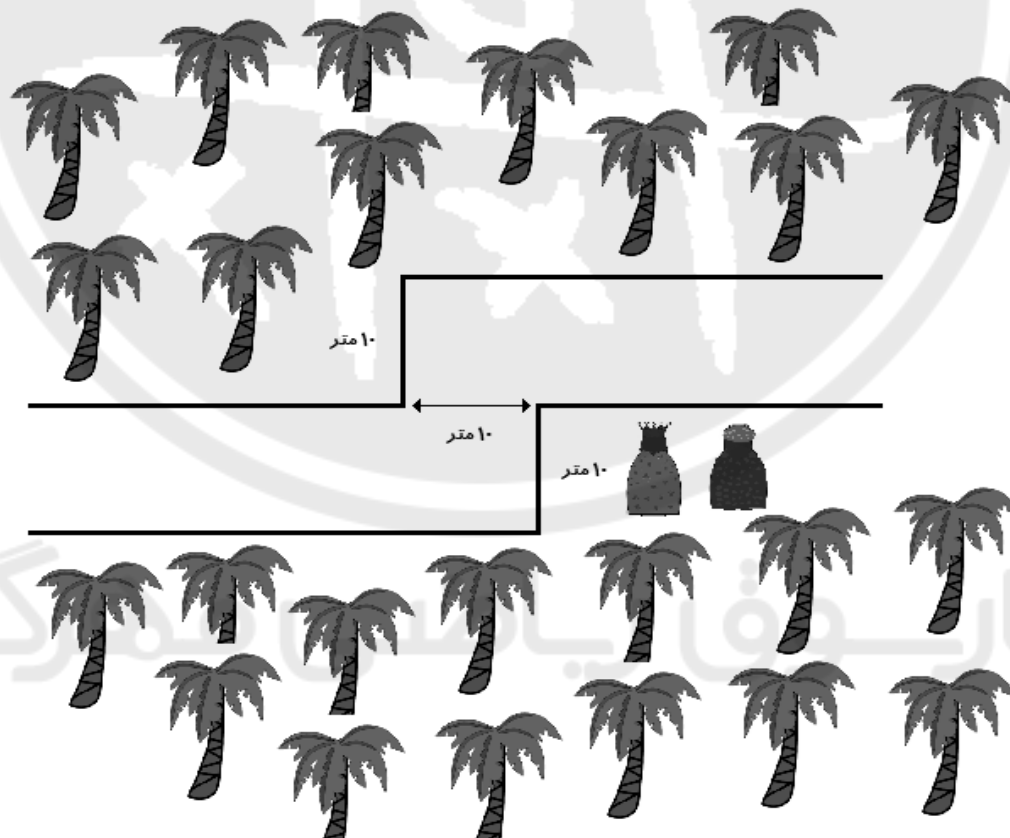
آها راستی این نکته رو هم یادتون باشه که کوزه‌ها از طریق یه نیروی ماورالطبیعه‌ای با ترازو ارتباط دارن به صورتی که فقط و فقط وقتی روی ترازو قرار می‌گیرن وزن دار می‌شن و وزن واقعی فودشون رو نشون می‌دن و در بقیه‌ی حالات، مثلا وقتی توی دستای الپا یا گنوسماس هستن کاملا بی‌وزن می‌شن!



### سوال ۳:

بعد از آنکه الپا و گنوسماس کلید را پیدا کرده و توانستند از قهصر فرار کنند به سمت جنگل‌های سرزمین یواوهیان رفتند تا از دید سربازانی که به دنبال آنها هستند مفرق بمانند. پس از چند ساعت به رودخانه ای رسیدند که ۱۰ متر عرض داشت ولی بر روی آن پلی وجود نداشت. آنها تصمیم گرفتند که خودشان پلی برای رد شدن از رودخانه بسازند. گنوسماس به دنبال پیدا کردن تکه چوب رفت و الپا هم مواظب بود تا کسی آنها را تعقیب نکرده باشد. بعد از مدتی گنوسماس که خیلی از الپا دور شده بود فریاد زد: «هیچ تکه چوبی که حداقل ۱۰ متر باشه اینجا نیست، چه کار کنیم؟» الپا که فکری به ذهنش رسیده بود فریاد زد: «نیازی نیست هتما یک چوب ۱۰ متری پیدا کنی، ۲ تکه چوب ... متری بیارا» اما گنوسماس به علت دور بودن از الپا صدای اون رو کامل نشنید و نفهمید که تکه چوب‌ها باید چند متری باشند. به نظر شما الپا بطور می‌فواهد از رودخانه رد شود؟

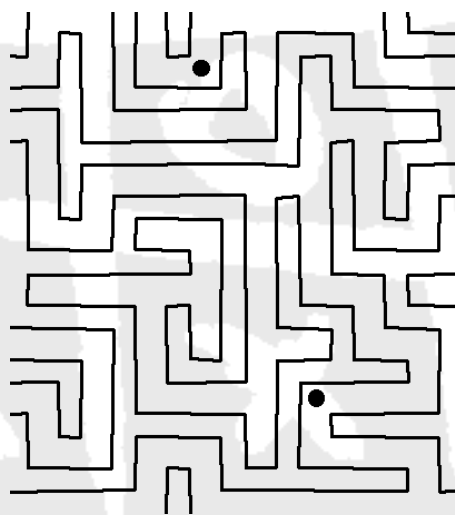
(در ضمن الپا و گنوسماس هیچ طناب یا میخ یا وسیله‌ای برای متصل کردن دو تیکه چوب به هم دیگه و سافتن یک تیکه چوب بزرگتر ندارند و همینطور فرض کنید همی چوب‌ها توانایی تحمل وزن الپا و گنوسماس رو دارن و در صورتی که بتونیم با تیکه چوب‌ها یک پل بسازیم که یک سر اون یک سمت رودفونه (مثلا جنوب) و سر دیگه اش یک سمت دیگه رودفونه (مثلا شمال) باشه الپا و گنوسماس می‌تونن از رودفونه عبور کنن!)



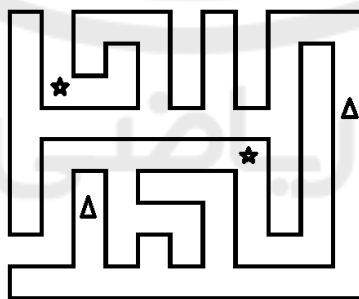
## سوال ۴:

پس از آنکه الپا و گنوسماس از رودخانه عبور کردند به قلعه‌ی «هزار دیوار» رسیدن، این قلعه از تعداد زیادی دیوار تشکیل شده که همه‌ی اونها با همدیگه یک شکل بسته رو تشکیل میدن! هر دیوار یک در دارد که می‌توان از طریق آن، از یک سمت دیوار به سمت دیگر آن رفت. چون سربازها پشت سر الپا و گنوسماس به دنبالشون در حرکت بودن، آنها تصمیم گرفتن از هم جدا بشن تا شانس گیر افتادنشون کم بشه! الپا و گنوسماس بعد از مدتی در قلعه‌ی هزار دیوار گم شدند و نمی‌تونستن تشخیص بدن که داخل قلعه هستند یا بیرون اون. از طرفی سربازها برای اینکه الپا و گنوسماس رو گیر بندازن همه‌ی درهای قلعه رو قفل کردند. نقشه زیر بخشی از قلعه‌ی هزار دیوار رو نشون می‌ده (نه همه‌ی قلعه رو). الپا و گنوسماس در نقشه با نقطه‌های زیر مشخص شده‌اند. آیا الپا و گنوسماس می‌تونن با حرکت کردن بین دیوارها به هم دیگه برسن؟ به عبارتی هر دو داخل قلعه یا هر دو بیرون قلعه هستند؟

(توجه: چون درها قفل شده است دیگر الپا و گنوسماس نمی‌تونن از دیوارها عبور کنن، یا به عبارتی از یک سمت یک دیوار به سمت دیگه‌ی اون برن!)



توجه: شکل زیر یک شکل بسته است که مثلث‌ها درون آن و ستاره‌ها بیرون آن هستند!



## سوال ۵:

پس از ساعت‌ها راه رفتن در قلعه هزار دیوار بالاخره الپا و گنوسماس توانستند از آنجا بیرون بیایند. هوا کم‌کم داشت تاریک می‌شد، الپا و گنوسماس که از فستگی توان ادامه‌ی راه نداشتند، در زیر درختی نشستند تا نفسی تازه کنند. در این هنگام دو نفر با یک فانوس از دور نمایان شدند. الپا و گنوسماس ابتدا فکر کردند که آنها از سربازان یواوه هستند، اما هنگامی که آن دو نزدیک‌تر شدند الپا و گنوسماس از خوشحالی به هوا پیریندا بله آنها فرماندهانی از سرزمینشان بودند که برای نجات آنها آمده بودند. یکی از فرماندهان گفت کمی آن طرف‌تر دره‌ای وجود دارد که بر روی آن یک پل است. اگر از آن‌گذر کنیم به سرزمینمان می‌رسیم. پس همگی به سمت دره حرکت کردند. زمانی که به پل رسیدند متوجه شدند که پل تنها ظرفیت عبور دو نفر هم‌زمان را دارد و تنها فانوس آنها (الپا، گنوسماس، فرمانده الپا و فرمانده گنوسماس) نیز تنها ۳۴ دقیقه دیگر روشن باقی می‌ماند. سرعت حرکت الپا و گنوسماس و فرماندهانشان نیز در هنگام رد شدن از پل متفاوت است. الپا برای عبور از پل ۲ دقیقه، گنوسماس ۴ دقیقه، فرمانده گنوسماس ۱۰ دقیقه و فرمانده الپا ۲۰ دقیقه زمان لازم دارند. اگر ۲ نفر با هم بر روی پل حرکت کنند، نفر سریع‌تر باید سرعتش را با نفر کندتر تنظیم کند و هر دو باید با سرعت نفر کندتر حرکت کنند. چون برای عبور از پل به فانوس نیاز است آنها باید هر چه سریع‌تر تا روشنایی فانوس تمام نشده خود را به آن سوی دره برسانند. آیا هر چهار نفر آنها می‌توانند در این زمان خود را به آن سوی دره برسانند؟

