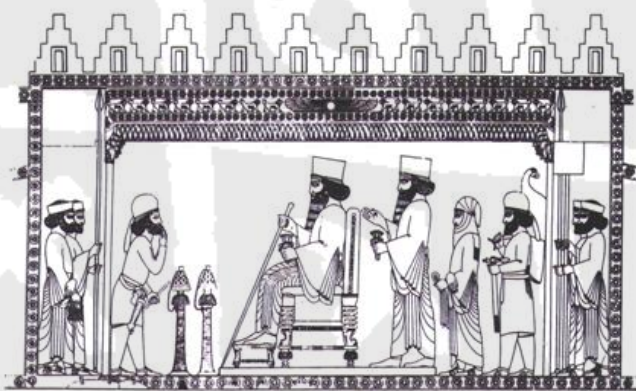


به نام خدا

دبیرخانه امور پژوهشی اداره استعداد های درخشان استان اصفهان

هجدهمین کارسوق بزرگ ریاضیات [دوره مهرگان]

آزمون ورودی مرحله دوم
مهلت: سه ساعت
چهارشنبه ۱۹ اردیبهشت ۱۳۹۷



سلام بچه ها! حواستون به من باشه ببینید چی میگم!
اول از همه یه دور سوال ها رو تا آخر بخونید متوجه بشین چه خبره اصلا! بعد یه نفس عمیق بکشین و برگردین دوباره که حل کنین سوال ها رو. اگر بار اول نتونستین حل کنین نا امید نشین! وقت زیاده!
دوم اینکه حتما نام و نام خانوادگی و پایه تحصیلی تون رو با خط خوانا بالای هر برگه پاسخنامه بنویسین.
جواب هر سوال رو روی یک پاسخنامه ی جدا بنویسید. پشت پاسخنامه هم چیزی ننویسید! جا میشه همون جا!

مدت زمان آزمون سه ساعته. زمانتون رو مدیریت کنین. نمره همه سوالات به یک اندازه است.

هر گونه وسیله به جز خودتون و یه مداد یا خودکار و برگه ی سوال و پاسخنامه ممنوعه!

برای اطلاع رسانی به ادرس تلگرام t.me/mehregan18 مراجعه کنین

موفق باشید!

<http://karsooghmehregan.ir>

تاریخ چندین هزار ساله تمدن آریایی آستان حوادث فراوانی بوده که بسیاری از آنان از چشم ناظران جهانی پنهان مانده؛ در ادامه به چندی از گوشه‌کنارهای کمتر دیده شده این تاریخ پرفراز و نشیب سفر می‌کنیم و این حرفا...

سوال اول: چرت‌وپرت

پرت‌ها یکی از اقوام کم‌تر شناخته‌شده‌ای هستند که حدود سه هزار سال پیش همراه با دیگر اقوام آریایی از اروپای میانه به سرزمین‌هایی که امروزه ایران نامیده می‌شوند مهاجرت کردند اما به دلایل ناشناخته‌ای از صحنه تاریخ حذف شدند و اثر فاصی از آن‌ها در متون مکتوب موجود نیست. با این حال سال گذشته در پیران مغاری‌های چیر در منطقه باستانی تپه‌های فریدونیه اهرآباد اسناد بی‌پایه و پرتی از یک تمدن باشکوه باستانی متعلق به دوران امپراطوری پرت‌ها یافت شد که پرت همه (حتی نمایندگان مجلس) را هم پاره کرد.



پرت‌ها از اقوام روشن‌فکر ایران باستان بودند که به صرف گاه‌بوی‌گاه قهوه در کافه‌های باستانی و فسنگی در میدان نبرد شهره بودند (شاید همین امر سبب نابودی امپراطوری آنان شد). شیوه جنگ‌آوری به فصوص آن‌ها بدین صورت بود که در هر روز از نبرد بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه غیر از خود تعداد دشمنانشان را از دم تیغ می‌گزارند به طور مثال اگر ابتدا با سپاهی ۱۰ نفره رودرو بودند در روز اول سپاه دشمن را به $5 = 5 - 10$ ، در روز دوم به $4 = 5 - 1$ ، در روز سوم به $2 = 4 - 2$ و در روز چهارم به $1 = 2 - 1$ می‌رسانند. اسناد تپه‌های فریدونیه به مورد عجیبی درباره جنگ نافرمانی میان پرت‌ها و پرت‌ها اشاره دارد که در آن پرت‌ها با سپاهی به اندازه $5^{12} \times 3^{11} \times 2^{10}$ به پرت‌ها حمله کردند و موفق به نابودی امپراطوری پرت‌ها شدند. با این حال مورخان علاقه‌مندترند بدانند در صورت پیروزی پرت‌ها این جنگ چند روز به طول می‌انجامید؟ به مورخان در این زمینه کمک کنید.

سوال دوم: نخ کردن سوزن

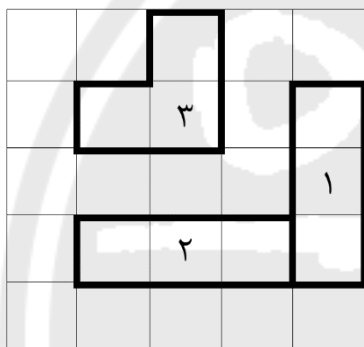


یکی دیگر از حکومت‌های ناشناخته در ایران باستان سنجویان بودند که از اتحاد ۶ قبیله و به صورت دموکراتیک در سال ۱۳۰۰ پیش از میلاد در منطقه اهرمه فریدون‌آباد حکم‌رانی می‌کردند. سرسلسله این حکومت شاه شیخ ابواسحاق ته‌گرد برای حفظ عدالت میان این قبایل قانونی را وضع کرد تا ثروت هنگفت سنجویان هیچ‌گاه توسط یکی از قبایل به تاراج نرفته و این حکومت همبستگی خود را حفظ کند. این قانون از این قرار بود که: درب فزانه تنها زمانی باز شود که نمایندگان بیش‌تر یا مساوی سه تا از قبایل سنجویی در آن محل حاضر باشند و اگر کم‌تر از سه قبیله در محل فزانه باشند درب فزانه بسته می‌ماند.

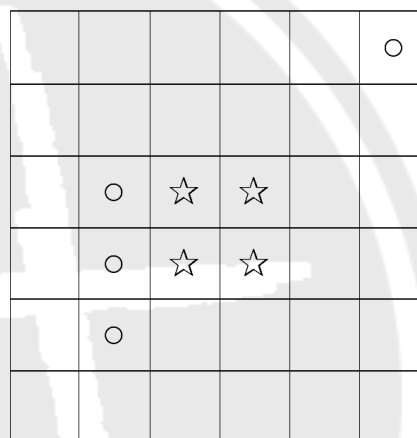
به تازگی با پیش‌رفت‌های پدیدآمده در صنعت سوزن‌سازی توسط سنجویان ثابت‌شده که قفل درب فزانه توسط دزدان ماهر و سناقی قفلی‌های آنان آسیب‌پذیر است. در نشست هم‌اندیشی روسای قبایل که به ریاست حاج صیاد آمپولی برگزار شد، پیشنهاد شد که قبایل روی فزانه تعدادی قفل جدید بگذارند تا درب فزانه تنها زمانی باز شود که همه قفل‌هایش باز شده باشد و بدین صورت قانون اساسی سنجویی نیز مورد تعرض قرار نگیرد. مراقب به چند قفل نیاز است؟

سوال سوم: فیلترینگ تلگرام و مصائب کوروش

سلسله هفامنشیان همواره از حکومت‌های فتنه‌فیز تاریخ ایران بودند. کوروش کبیر پس از فیلترینگ تلگرام و تعطیل شدن کسب‌وکار راندرن سفنان حکیمانه به همراه پروفیسور سمیعی تصمیم گرفت این معضل را برای همیشه رفع کند. بدین ترتیب که برای هر کدام از شاهزادگانش قلمرویی را تعیین کند که هم شکل، هم اندازه و هم منابع برابری داشته باشد. پس دکتر سمیعی با تلاش فراوان و با مددگیری از نیپه (که او هم از کار بی‌کار شده بود) نقشه ایران باستان را پس از سی سال رنج بردن تدوین کرد (نقشه الف). در این نقشه هر ستاره به پای یک پناه نفت و هر دایره به پای یک تپه بکر است. حال به کوروش کبیر کمک کنید تا زحمات ترکیبی پروفیسور سمیعی، نیپه و دکتر حساسی (که نمی‌دانیم از کجا سروکله‌ش پیدا شد) را به سرمنزل مقصود برساند و طوری نقشه را میان ۴ شاهزاده‌اش تقسیم کند که در هر بخش یک دایره و یک ستاره قرار بگیرد. دقت کنید منظور از بخش‌های برابر بخش‌هایی است که بتوان آن‌ها را دقیقاً روی هم قرار داد مثلاً در نقشه ب دو بخش او ۲ برابرند ولی دو بخش ا و ۳ برابر نیستند.



نقشه ب



نقشه الف

سوال چهارم: کمک به امیرکبیر



در تواریخ منقول است که ناصرالدین شاه قاجار پیش از آن‌که امیرکبیر را به قتل برساند و همانند دیگر شاهان قاجار به آبادانی تپه‌های مملکت و بزل و بفضش اراضی همایونی بپردازد رویه‌ای شاعرانه داشت و اسب خیال را بی‌اندازه می‌تازاند و در کل برای خود شاد و فوش و فرم بود. برای مثال یکی از تفریحات وی این بود که سربازان محبوب خود را به گونه‌ای مرتب کند که قدر هر کدام یا از همه سربازان قبلی بیشتر باشد یا از همه سربازان قبلی کم‌تر. با توجه به عظمت سپاه ۳۰ هزار نفری سلطان صاحب‌قران هر بار انجام این عمل مرتب‌سازی یک روز به طول می‌انجامد. امیرکبیر که می‌داند پس از اتمام این سرگرمی ناصرالدین شاه فرمان قتل او را امضا خواهد کرد تصمیم گرفته برای ادامه مدت صدارتش برنامه مناسبی بپریزد. از آن‌جایی که شاه قصد دارد تمام حالات این مرتب‌سازی را اجرا کند، امیرکبیر چند روز برای عملی کردن وعده‌هایش فرصت دارد؟ (فرض کنید قدر هر سرباز با دیگری متفاوت است.)



سوال پنجم: سوغات هند

از آن‌ها که کشور هند از دیرباز یکی از مراکز اصلی گسترش علم ریاضی بود نادرشاه افشار در سفر خود به کشور هفتاد و دو ملت به این علم علاقه‌مند شد. او برای آن‌که کشور پس از مرگش دست‌فروش اتفاقات تکراری و هرج‌ومرج‌های بی‌پایه تاریخی نشود معمایی را در وصیت‌نامه خود طرح کرد که هر کدام از نزدیکان او که موفق به حل این معما بشوند می‌توانند تاج و تفت را از او به ارث ببرند. معما از این قرار است که: در ابتدا یک بسته مهره‌مارکومار داریم. در هر مرحله، هر دسته از مهره‌ها را به دو دسته تقسیم کرده‌ایم و تعداد مهره‌های مارکومار دو دسته ایجاد شده را در هم ضرب کرده‌ایم. این کار را تا چایی ادامه داده‌ایم که به تعداد مهره‌ها دسته داشته باشیم. حال اعداد بدست آمده در هر مرحله را با هم جمع کرده‌ایم. نشان دهید برای هر تعداد از مهره‌های مارکومار این مجموع همواره ثابت است و مقدار آن را برای راجه نادر مشخص کنید. به وکیل‌الرعایا کمک کنید تا این معما را حل و به عنوان پادشاه بر حق تاج‌گذاری کند.

موفق باشید =

کاروف ریاضی مهرگان