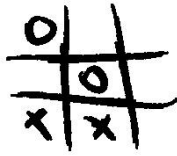


به نام خدا



دبیرخانه امور پژوهشی اداره استعدادهای درخشان استان اصفهان  
دبیرستان استعدادهای درخشان شهید آراهی ۱ (دوره اول)  
دبیرستان استعدادهای درخشان فرزادخان امین ۲ (دوره اول)



# نوزدهمین کارسوق بزرگ ریاضیات (دوره مهرگان)

با همکاری و حمایت جمعی از دانش‌آموزان سپاد استان اصفهان

## آزمون ورودی مرحله اول

جمعه ۲۳ آذر ۱۳۹۷ - زمان: سه ساعت

سلام بچه‌ها! صبح‌تون بخیر سحر خیزان! بیدارین؟ پس خوب بخونین ببینین چی می‌لیم:

از زیادی متن شرسین! به دور داستان سوالا رو تا آخرش بخونین که بیابین توی باغ! بعد به نفس عمیق بکشین، گوشتون رو بخارونین و برگردین دوباره از اول متن! ممکنه بعضی سوال‌ها رو اولش متوجه نشین یا راه حل به ذهنتون نرسه ولی اشکال نداره! ناامید نشین و ادامه بدین! هر ایده‌ای که دارین حتی اگه ناکامل بود رو هم بنویسین. جواب آخر همه نمره نیس! راه حل هم اهمیت داره!

این خیلی مهمه: حتما حتما (یک علامه حتما) نام و نام خانوادگی و پایه تحصیلی‌تون رو بالای هر برگه پاسخنامه بنویسین. جواب هر مسئله رو هم باید روی یک برگه پاسخنامه بنویسین. پشت برگه هم چیزی ننویسین جا میشه همون جا!

درسته که زمان زیاده ولی حواستون به زمان باشه.

هر گونه وسیله به جز خودتون و یه مداد یا خودکار و برگه سوال و پاسخنامه ممنوعه!

آدرس‌مون @karsooghmehregan19 برای اطلاعات بیشتر.

موفق باشین دلم، همین!

<http://karsooghmehregan.ir>



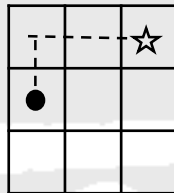
هفت سالسوق (واحد زمانی در سرزمین‌های اصلی، معادل یک سال) بعد ...

رییس بزرگ ناپدید شده... "صادق مسعودی" زمام امور سرزمین‌های اصلی را در دست گرفته... "عباس ممسن‌زاده" به سفری دور و دراز رفته... مدت هاست فبری از "جعفر روح‌اللهی" نیست... "مهرگان کارسوقف" با ترک سرزمین مادری‌اش کارسوقلندینگ، به محافظت از گنینه‌ای مهم در مهرودورف پرداخته... از کارآگاه علوی هم شایعات ضد و نقیصی به گوش می‌رسد، مدت هاست فبری تأیید شده از او به دست نیامده...

### مسئله‌ی اول - گنینه‌ی مهرگان (۱۵ امتیاز)

"مهرگان کارسوقف" (شطرنج‌باز سابقاً معروف) باقیمانده‌ی ثروت خود و دوست فقیدش "استیوپید جابز" را در زیر یکی از خانه‌های جدول  $2018 \times 2018$  در سرزمین مهرودورف دفن کرده تا به دست ساتورهای فبیث کنفدراسیون نرسد. اما طبق شنیده‌ها این گنج علاوه بر سکه، حاوی یک نشانی بسیار مهم هم هست. نشانی‌ای که دسترسی به گنینه را برای جویندگان واقعی، پراهمیت‌تر کرده است. جویندگانی که کم ولی گزیده سوال می‌پرسند.

بنابراین مهرگان به عنوان محافظ گنینه، برای آنکه نشانی فقط به دست اهلش بیفتد، گفته که جوینده‌ها می‌توانند در هر مرحله یک خانه از جدول را انتخاب کنند و حاصله‌ی گنج تا آن خانه را از او (مهرگان) بپرسند. منظور از حاصله، حداقل تعداد حرکات افقی یا عمودی است که باید از آن خانه طی کنیم تا به خانه حاوی گنج برسیم (شکل زیر را ببینید). با این شرایط، یک جوینده‌ها، با حداقل چند پرسش می‌تواند مطمئن باشد که می‌تواند محل گنج را پیدا کند؟ روش خود را برای این کار شرح دهید و تعداد مراحل آن را حساب کنید.



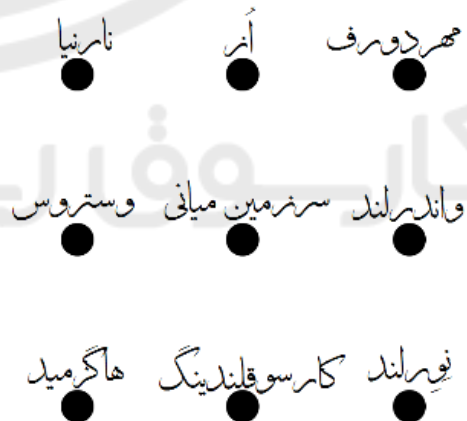
کوتاه‌ترین حاصله از دایره تا ستاره طبق شکل برابر با ۳ خانه است.

### مسئله‌ی دوم - جاده‌های اربعه (۱۰ امتیاز)

در زمانی دور، در کوهکشان دور، بسیار دور... پس از آن که کنفدراسیون بین ستاره‌ای، زمین (سیاره‌ای در منظومه‌ی شمسی، نرسیده به مریخ) را به عنوان مقر فرماندهی انتخاب کرد، تصمیم گرفت بین ۹ سرزمین اصلی در زمین، یعنی کارسوقلندینگ (معروف به اصفهان)، مهرودورف، نارتیا، سرزمین میانی، واندلرند، هاگزمید، از، نورلند، وستروس؛ که به صورت زیر در جدول  $3 \times 3$  قرار گرفته‌اند، را با چهار جاده‌ی مستقیم و یکطرفه (معروف به جاده‌های اربعه) به یکدیگر متصل سازد. به طوری که اگر یک مسافر در کارسوقلندینگ بود بتواند با استفاده از این جاده‌های یکطرفه از تمام ۹ سرزمین دقیقاً یک بار عبور کند. دقت کنید که مسافر نمی‌تواند برخلاف جهت جاده‌ها حرکت کند. حال شما آینده‌سازان کوهکشان روشی ارائه دهید که مشخص کند سافت پنین جاده‌هایی چگونه بوده است. دقت کنید که هر جاده باید یک قط صاف باشد.



مثلاً، اگر جاده‌ها به صورت بالا ساخته شده باشد، مسافر ما می‌تواند به ترتیب از کارسوقلندینگ، وستروس، هاگزمید، سرزمین میانی، مهرودورف و واندلرند عبور کند. اما نمی‌تواند به سرزمین‌های نورلند، از و نارتیا برود.



## مسئله‌ی سوم - غرق در صدای خاطرات (۲۰ امتیاز)

گرمای هوا و تشنگی، حرکت در تلماسه رو سفت تر می‌کرد. فرهاد عرفانی، فیلمساز معروف که دوربینش را برداشته و در جستجوی شکیب (The Shekib / Le Chekib) به این در و آن در زده، اینک پیش از هر وقت دیگر به هرفش نزدیک شده.

اون توی یه جایی از سرزمین‌های آگلانه ست... من باید پیداش کنم... من باید بفهمم شکیب کیه... تشنگی راه رو بر تلاش‌های فرهاد عرفانی تنگ کرده بود. ناکوان فودروی که در یکی از چاده‌های اربعه سفر می‌کرد در افق پدیدار شد. راننده با یه بستنی سالار پیاده شد و فودش رو به مسافر تشنه رسوند. عرفانی بعد از چند گاز تونست پهره‌ی راننده رو تشفیص بره...

- کارآگاه اسماعیل علوی! باز پرس ویژه!

- فوب شناختی! من این مسیر رو قبلا رفتم، برگشتم تا این بار با هم بریم. البته اگر بخوای برونی شکیب کیه....

دقایقی بعد در حرکت به سمت مهرورف برای پیدا کردن گنینه‌ای که نشانی از شکیب در آن بود، کارآگاه علوی به عرفانی توضیح داد که در سال‌های گذشته و بعد از انشعاب اعشا، او هم مدتی مثل عرفانی به عنوان کارآگاه قصومی در شرکت شکیب‌یابان فعالیت می‌کرده. فوش و بش دو جوینده با رد و بدل کردن کلی فاطره دنبال شد، از جمله این فاطره‌ی علوی:

قبل از انشعاب، یک بار همین اواخر پاییز بود که به همراه صادق مسعودی، عباس مفسن زاده، جعفر روح‌اللهی و مهرگان کارسوقف (همان شطرنج‌باز معروف)، ۵ نفری رفته بودیم استفر و به مناسبت تولد من یه مسابقه‌ی شنا بین فودمون برگزار کردیم. آه چه روزهای فوبی بود... وقتی رییس بزرگ ازمون نتیجه رو جويا شد، این ۱۰ پاسخ رو بهوش دادیم:

جعفر روح‌اللهی: (۱) صادق مسعودی دو م شد، (۲) فود من سوم شد.

مهرگان کارسوقف: (۳) من بهترین نتیجه را به دست آوردم (اول شدم)، (۴) ولی عباس مفسن زاده دو م شد.

عباس مفسن زاده: (۵) من سوم شدم، (۶) ولی مهرگان کارسوقف نفر آخر شد.

صادق مسعودی: (۷) من دو م شدم، (۸) ولی اسماعیل علوی با اینکه تمام نیروی فود رو به کار برد چهارم شد.

من (اسماعیل علوی): (۹) من توانستم تنها یک شناگر رو پشت سر بزارم و چهارم شدم، (۱۰) جعفر روح‌اللهی اول شد.

بعد این حرفا، وقتی پهره‌ی شگفت‌زده‌ی رییس بزرگ رو دیدیم بهوش اطلاع دادیم که هرکدوممون یه جمله درست بهوش گفتیم و یه جمله‌ی نادرست. (و البته هیچ کدوم هم همزمان با هم به فط پایان نرسیدیم.)

فرهاد عرفانی هم مثل رییس بزرگ با شنیدن این نکته با لبفندی نشون داد که متوجه شده ترتیب درست چی بوده. شما هم اگر نتیجه رو فهمیدید اون رو توضیح بدید.



## مسئله‌ی چهارم - نوبات نفت (۳۰ امتیاز)

در تاریخ سرزمین‌های اصلی این اولین بار نیست که آنچه زیر خاک است اهمیت پیدا کرده است. هر دو ۱۹ سالسوق قبل، اختلاف بر سر تصاحب پاهای نفت بین سرزمین‌های اصلی و سرزمین‌های آن‌سوی دیوار به اوج خود رسیده بود. این پاهای سیزده حلقه هستند که روی خطی مستقیم، با فاصله‌های مساوی قرار دارند و مقدار نفت آن‌ها با هم برابر است. در نهایت قرار شد نمایندگانی از سرزمین‌های اصلی (متشکل از مهدی کلاویانی، امین سیدقزوینی، حاضر مهدوی‌نیا و اونیکی) برای مذاکره با نمایندگان سرزمین‌های آن‌سوی دیوار بروند. پیشنهاد نمایندگان آن‌سوی دیوار این بود که با بازی زیر، پاهای آن‌ها را تقسیم کنند:

در هر مرحله از بازی هر یک از دو گروه به نوبت یک پاهای که تاکنون انتقاب نشده را تصاحب می‌کند و پریم خود را بر آن به اهتزاز در می‌آورد، و در پایان بازی پاهای باقی‌مانده به گروهی تعلق می‌گیرد که نزدیک‌ترین پریم را به آن پاهای داشته باشد. اگر حاصله‌ی نزدیک‌ترین پریم هر دو گروه، از این پاهای باقی‌مانده یکی باشد، پاهای به هیچ یک از دو گروه تعلق نمی‌گیرد. برنده گروهی است که در نهایت پاهای بیشتری داشته باشد و اگر تعداد پاهای هر دو گروه در نهایت برابر شد، بازی مساوی شده است. مثلاً اگر در نوبت اول نمایندگان سرزمین‌های اصلی پاهای شماره ۱ را انتقاب کنند و آن‌سوی دیوار پاهای شماره ۴ را انتقاب کنند سپس نمایندگان سرزمین‌های اصلی پاهای شماره ۶ را انتقاب کنند و در نهایت آن‌سوی دیوار پاهای شماره ۷ را انتقاب کنند، در نهایت پاهای ۱۳، ۱۲، ۱۱، ۱۰، ۹، ۸، ۷، ۴ و ۳ متعلق به آن‌سوی دیوار و پاهای ۱، ۲ و ۶ متعلق به نمایندگان سرزمین‌های اصلی است. بنابراین، آن‌سوی دیوار پاهای برنده خواهند شد.

۱. فرض کنید که قرار است بازی دو مرحله پیش برود (بعد از دو مرحله، هر کدام از گروه‌ها دو پریم استفاده کرده‌اند). اگر آن‌سوی دیوارها شروع به بازی کرده و در ابتدا پاهای وسط را انتقاب کنند، آیا می‌توانید روشی برای نمایندگان سرزمین‌های اصلی بیابید که در انتها تعداد پاهای سرزمین‌های اصلی بیشتر باشد؟

۲. اگر نمایندگان سرزمین‌های اصلی شروع به بازی کنند و دو پاهای انتقاب کنند و سپس آن‌سوی دیوارها دو پاهای دیگر انتقاب کنند، نشان دهید که نمایندگان سرزمین‌های اصلی می‌توانند طوری بازی کنند که برنده باشند.

۳. نشان دهید در یک بازی دو مرحله‌ای اگر نمایندگان سرزمین‌های اصلی شروع به بازی کنند، می‌توانند به گونه‌ای بازی کنند که هرگز نیازند.



## مسئله‌ی پنجم - شروع (۲۵ امتیاز)

با رسیدن به مهردورف، علوی و عرفانی موفق شدند با کمترین تعداد سوال لازم آدرس گنینه رو از مهرگان کارسوقف بگیرند و در میان سکه‌ها تبتی پیدا کردند که با روشن کردنش به نوشته ظاهر شد:

ای جوینده اگر می‌خواهی شکیب رو پیدا کنی جواب این سوال رو بنویس تا مسیر برات نمایش داده شه...

مردولی ۱۳۹۷×۲۰۱۸ (۲۰۱۸ سطر، ۱۳۹۷ ستون) داریم که در هر قانه‌ی آن یک عدد طبیعی نوشته شده. در هر مرحله می‌تونی تمام اعداد یک ستون رو یک واحد کم کنی و یا تمام اعداد یک سطر رو در دو ضرب کنی. آیا می‌شه به مردولی برسی که تمام اعدادش صفر باشه؟ اگر بله چطوری و اگر نه، چرا؟

اگر شما هم به جوینده هستید، سعی کنید پاسخ این مسئله رو بنویسید. همینطور مسائل قبل، و ان‌شا... مسائل بعد...

دقیقی بعد جویندگان داستان، با نوشتن حل مسئله نشانی رو دیدند. نشانی‌ای که در ابتدا عرفانی رو مایوس کرد، ولی علوی با لبخند همیشگیش یقه‌ی پالتوش رو داد بالا و به عرفانی گفت: امیدوار باش عرفانی! بازی شروع شه...

