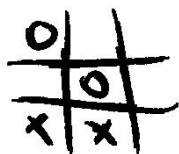
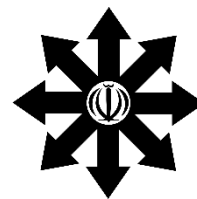


به نام خدا



دبیرخانه امور پژوهشی اداره استعدادهای درخشان استان اصفهان  
دبیرستان استعدادهای درخشان شهید آریه ای ۱ (دوره اول)  
دبیرستان استعدادهای درخشان فرزادخان امین ۲ (دوره اول)



# نوزدهمین کارسوق بزرگ ریاضیات (دوره مهرگان)

با همکاری و حمایت جمعی از دانش‌آموزان سجاد استان اصفهان

آزمون ورودی مرحله دوم

جمعه ۳ اسفند ۱۳۹۷ - زمان: دو ساعت و نیم

سلام بچه‌ها! صبح‌تون بخیر! بیدارید؟ پس خوب بخونید ببینید چی می‌لیم:

اولاً که تبریک می‌لیم که در آزمون مرحله اول قبول شدید! مثل مرحله اول به دور استان سواک رو تا آخرش بخونید که ببینید توی باغ! بعد به نفس عمیق بکشید، گوشتون رو بخارونید و برگردید دوباره از اول متن! ممکنه بعضی سوال‌ها رو اوش متوجه نشید یا راه‌حل به ذهنتون نرسه ولی اشکال نداره! ناامید نشید و ادامه بدید! هر ایده‌ای که دارید حتی اگه ناکامل بود رو هم بنویسید. جواب آخر همه نمره نیس! راه‌حل هم اهمیت داره! بعدم قرار نیست که برای قبول شدن همه سوال‌ها حل بشه کما

این خیلی مهمه: حتماً حتماً نام و نام خانوادگی و پایه تحصیلی‌تون رو بالای هر برگه پاسخنامه بنویسید. جواب هر مسئله رو هم باید روی یک برگه پاسخنامه بنویسید. پشت برگه هم چیزی ننویسید جا می‌شه همون جا!

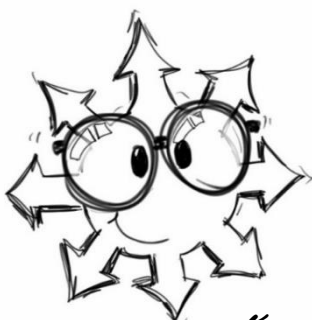
درسته که زمان زیاده ولی حواستون به زمان باشه،

هرگونه وسیله به جز خودتون و یه مداد یا خودکار و برگه سوال و پاسخنامه ممنوعه!

آدرس: ۱۹ karsooghmehregan@ برای اطلاعات بیشتر.

موفق باشید دیگه، همیچ!

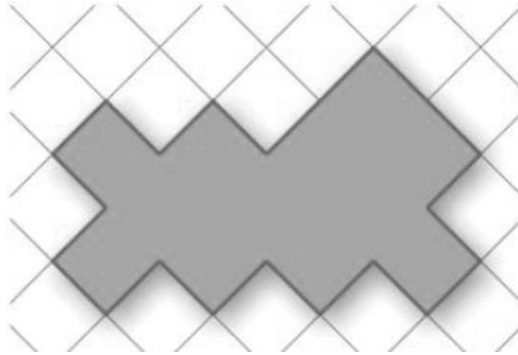
راستی! چندتا از عددها توی صورت سوال‌ها سیاه شده. این عددها را سر جلم بهتون اعلام می‌کنیم! نگران نباشید!



## مسأله‌ی اول - جزیره‌ی اسرارآمیز یا نام‌شکیب هست و نشان‌شکیب نیست... (۱۰ امتیاز)

- این نقشه‌ی جزیره‌ی کیش هیچ چیزی رو آسون تر نمی‌کنه، پیداکردن کیش به همون سختی پیدا کردن شکیبه!

آکیش ظاهرا جزیره‌ای است در دریای مات، از توابع مهوردورف، سرزمین مادری مهرگان کاسوقف (شطرنج‌باز سابقا معروف). افسانه‌ها می‌گویند با تعقیب عقاب طلایی می‌توان به آن رسید. ادعایی که جستجوگران زیادی را روانه‌ی سفری دراز کرده است...



علوی با لبند همیشه‌کیش یقه‌ی پالتوش رو در بالا و به عرفانی گفت: امیدوار باش عرفانی! بازی شروع شده ... افسانه‌ها می‌کن شکیب تونسته اون جزیره رو با یه قط (نه اینکه متما بفوار قط صاف باشه، می‌تونه یک قط شکسته یا خمیده باشه)، به دو قسمت هم‌نهشت تقسیم کنه. شاید آکه ما هم بتونیم مثل شکیب این معما رو حل کنیم به اون نزدیک تر بشیم...

آیا شما هم می‌تونید مرزی که جزیره رو به دو شکل هم‌نهشت تقسیم می‌کنه رو بکشید؟

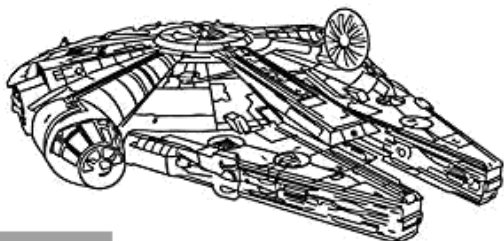
توضیح اضافه این‌که دو شکل هم‌نهشت، دقیقا هم شکل و هم‌اندازه‌ی هم‌اند (به چوایی همون مساوی خودمون). یعنی یکیش را با چرخوندن می‌تونیم دقیقا مثل دومی کنیم! مثلا دو شکل زیر هم‌نهشت‌اند (که البته ربطی به حل سؤال ندارن):



## مسأله‌ی دوم - جنگ ستارگان (۱۵ امتیاز)

با حل معمای جزیره‌ی آتلانتیس پیامی سری روی تبلت پدیدار شده بود که حاکی از مفی شدن *StarPride-131* (فضایم‌ای یکی از سناتورهای فیث کنفدراسیون) در مهوردورف، سرزمین مادری مهرگان کاسوقف (همان شطرنج‌باز سابقا معروف) و در یکی از فانه‌های یک صفحه‌ی شطرنجی ۸×۸ بود. جستجوگران معروف ما می‌توانند هر بار یک فانه را انتخاب کرده و به آن فانه شلیک کنند. فضایما با دو شلیک از بین می‌رود و هم‌چنین بعد از برخورد شلیک اول به آن، فضایما به یکی از فانه‌های مجاورش می‌رود (فانه‌ای با ضلع مشترک). در سایر زمان‌ها فضایما در محل خود ساکن است. با حداقل چند شلیک می‌توان مطمئن شد که فضایم‌ای سناتور از بین رفته است؟ روش خودتون را توضیح بید.

(دقت کنید که فضایما استار شده و برای ما قبل دیدن نیست)



## مسئله سوم - سوقبال (۱۵ امتیاز)

با بررسی کامپیوتر *StarPride-131*، مشخص شد که برای رمزگشایی باید از به بازی قدیمی به اسم سوقبال استفاده کرد. علوی برای عرفانی توضیح داد: سوقبال به بازی که توش فرد با به عدد طبیعی دلخواه  $n$  شروع می‌کنه، توی هر مرحله دو تا عدد طبیعی  $a$  و  $b$  پیدا می‌کنه که به طوری که  $n = a + b$  و بعد  $n$  رو پاک می‌کنه و به جاش حاصل  $a \times b$  رو می‌نویسه. مثلاً اگر با عدد ۱۰ شروع کرده باشه، می‌تونه اینطوری بازی کنه:



$$10 \xrightarrow{10=6+4 \text{ و } 6*4=24} 24 \xrightarrow{24=10+14 \text{ و } 10*14=140} 140 \xrightarrow{140=135+5 \text{ و } 135*5=675} 675$$

و به این ترتیب از ۱۰ به ۶۷۵ برسه. یا اینکه اینطوری بازی کنه:

$$10 \xrightarrow{10=5+5 \text{ و } 5*5=25} 25 \xrightarrow{25=21+4 \text{ و } 21*4=84} 84$$

و به این ترتیب از ۱۰ به ۸۴ برسه. توجه کن که این فرد می‌تونه هر چند مرحله‌ای که می‌خواد این بازی رو ادامه بده.

علا رمزگشایی کامپیوتر *StarPride-131* لنک فهمیدن جواب این سؤاله که آیا در بازی سوقبال، یک فرد می‌تونه با عدد ۱۸ شروع کنه و به عدد ۱۲۹۷ برسه؟ اگر جوابتون بله‌ست، بگیر قطوری و اگر جوابتون خیره بگیر چرا؟

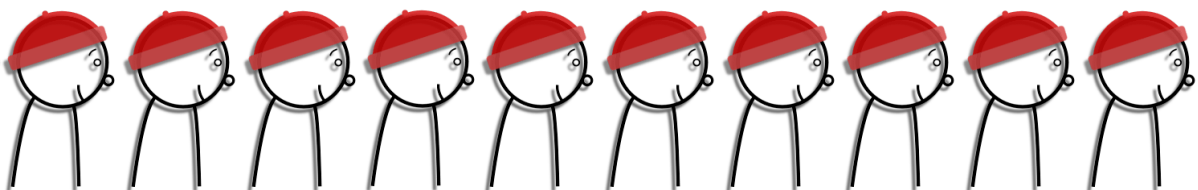
مدتی بعد و با فهمیدن رمز کامپیوتر فضایی‌های سناتور فبیث، توسط علوی و عرفانی، و ارسال اطلاعاتش به سرزمین وستروس، نیروهای مهندسی شلیب‌یابان دو فضایی‌های *Rogue One* و *Millennium Falcon* رو برای علوی و عرفانی طراحی کردند تا اونها سریع‌تر بتونن به جستجوی شلیب‌یابان... پیدازن...

## مسئله چهارم - همه جا به نوبت (۲۰ امتیاز)

کارآگاه علوی سوار بر *Rogue One* برای جذب نیروی کمکی به سازمان میان‌ستاره‌ای پرورش استعدادهای شلیب‌یاب واقع در نورلند رفته، جایی که ۱۰۰۰ شلیب‌یاب جوان در آن در حال آموزش هستند. سیستم آموزشی مدیر این مؤسسه (آقای بهیربهر) به این صورته که اواخر زمستان ۱۰۰ کلاه برمی‌داره که روشن شماره‌های ۱ تا ۱۰۰ نوشته شده. شلیب‌یابان جوان رو به صف می‌کنه و به هر کدومشون یه کلاه به صورت تصادفی میده (در نتیجه یه کلاه اضافه میاره). شلیب‌یابان جوان طوری سر صف هستن که هر کس می‌تونه کلاه هم‌همی افراد جلوتر از خودش رو ببینه، اما هیچ‌کس نمی‌تونه کلاه خودش یا افراد پشت سر خودش رو ببینه. با دستور بهیربهر، شلیب‌یابان جوان از آخر صف شروع می‌کنن و هر کس یک عدد بین ۱ تا ۱۰۰ می‌گه. هر کسی عددش را بلند اعلام می‌کنه که به طوری که بقیه افراد توی صف هم صدایش را میشنون. قانون اینته که هیچ‌کس نباید عدد تکراری بگه. آخر سر که همه عددهارو گفتن، هر کی که عددی گفته بود با عدد کلاهدش برابر باشه، قبول میشه و بقیه باید یه سالسوق دیکه توی نورلند بمونن. امسالسوق (معارل امسال)، به دلیل اهمیت قضیه روز قبل این آزمون، شلیب‌یابان جوان دور هم جمع شدن تا یه راهی پیداکنن که تعداد بیشتری قبول بشن و به کمک علوی و عرفانی برن.

الف) شما می‌تونید راهی بگیر که دست کم یک نفر قبول بشه؟

ب) بهترین راهی که می‌تونید ارائه برید که توش بیشترین تعداد شلیب‌یاب قبول بشن رو بگیر. با راه شما چند نفر حتما قبول میشن؟ (هر چقدر بیشتر، بهتر! پیشنهاد ما اینته که اول برید سراغ سوال بعدی، بعدش فرصت شد بیاید اینجا سعی کنید هر چقدر بیشتر میتونید شلیب‌یاب قبول کنید!)



## مسئله‌ی پنجم - این دوستیاست که می‌مونه (۱۵ امتیاز)

از سوی دیگر عرفانی هم با *Millennium Falcon* برای جذب نیرو به واندرلند رفته، جایی که مردمانی زندگی می‌کنند که به شکیب‌شافان معروفند. این مردم هر کدوم سه تا شافک دارن و هر شافکی یا سبزه و یا قرمز. اسم هر فرد تو این سرزمین بر اساس شافک‌هاشه. به این ترتیب که رنگ شافک‌ها رو از راست به چپ می‌فونن و میشه اسم اون فرد. مثلاً اگر کسی از راست به چپ رنگ شافک‌هاش سبز و سبز و قرمز باشه، بهش میگن «سبزسبزقرمز». به علاوه توی این سرزمین هیچ دونفری یک اسم ندارن.

( آیا می‌تونید بکید توی واندرلند عراکثر چند شکیب‌شاخ زندگی می‌کنن؟

توی واندرلند قانونی نانوشته ماکمه که می‌که هر شکیب‌شافی فقط می‌تونه با شکیب‌شافانی دوست بشه که دقیقاً باهاشون توی یک شافک اختلاف داره؛ یعنی دو تا شافک‌هاشون دقیقاً هم‌رنگ و یک شافکشون دقیقاً غیرهم‌رنگه. توجه کنید که جای شافک‌ها هم مهمه. مثلاً «سبزسبزقرمز» می‌تونه با «قرمزسبزقرمز» دوست بشه چون فقط تو شافک سمت راست با هم اختلاف دارن. ولی «سبزسبزقرمز» نمی‌تونه با «قرمزسبزسبز» دوست بشه چون هم شافک سمت راستشون فرق می‌کنه و هم شافک سمت پیشون.

(ب) توی واندرلند، هر شکیب‌شاخ چندتا دوست داره؟



(پ) نشون برید که هیچ سه شکیب‌شافی توی واندرلند پیدا نمیشن که هر دو تاییشون با هم دوست باشن.

فرض کنید توی واندرلند همه‌ی اسم‌های ممکن وجود داشته باشن، یعنی همه‌ی ترکیب‌های ممکن برای شافک شکیب‌شافان موجود باشه. امسالسوق، در واندرلند برای انتقاب همراهانی که به کمک عرفانی و علوی برن قراره به مسابقه برگزار شه. برای این مسابقه باید شکیب‌شافان به دو تا تیم تقسیم بشن. ولی قانون اینه که توی هر تیمی، هیچ دو شکیب‌شافی نباید با هم دوست باشن. (ت) به نظرتون چنین تیم‌بندی‌ای ممکنه؟ اگر ممکنه به تیم‌بندی معرفی کنید. اگر ممکن نیست ثابت کنید که چرا ممکن نیست.

افسانه‌ها میگن علوی و عرفانی همراه با دیگر شکیب‌بابانی که توی مسیر بهوشون پیوسته بودن به جستجوی شکیب‌ارامه دارن. مدت‌هاست که کسی اوناروندریره. البته مهرگان کارسوقف ادعا کرده که به بار عرفانی رو توی تلماسه‌های چاره‌های اربعه کنار خفایپیماش دیده، اونم در حالی که با آرامش بی سابقه‌ای بستنی سالاری رو گاز می‌زده و بهوش گفته: «می‌دونی مهرگان؟ به چیزی رو تازه فهمیدم؛ همین در جست‌وجو بودنه که آرمان ماست... و شکیب‌یه آرمانه...».

### پایان

### پس از پایان:

صدای زنگ تلفن عرفانی...

- الو؟ به! سلام کارآگاه! چطوری؟... منم خوبم، توی جاده‌ام بعد از تعمیر *Millennium Falcon* خسته شدم نشستم بستنی می‌خورم (( ... آره معلومه که سالارا! )) ..... چــــی؟! شوخی می‌کنی!! آخه یعنی ممکنه؟! ... کجا دیدنش؟ ... آره آره آروم‌تر بگو یادداشت می‌کنم... کارسوقلندینگ (معروف به اصفهان) ... کارسوق بزرگ ریاضیات، دوره‌ی مهرگان... آره مگه میشه نیام، همین الان سفر رو شروع می‌کنم، فکر کنم ۵، ۶ ماهی توی راه باشم، اونجا همو می‌بینیم، و شاید شکیب رو ....

