



## مسأله‌ی سوم - سوقبال

بله. اول دقت کنید که اگه به عدد  $n$  رسیده باشیم می‌تونیم اینجوری بازی کنیم:

$$n \xrightarrow{n=(n-1)+1 \text{ و } (n-1)\times 1=n-1} n-1$$

پس کافیه از ۱۸ به یه عدد بزرگ‌تر از ۱۳۹۷ برسیم. بعدش می‌تونیم از اون عدد بزرگ‌تر یکی یکی کم کنیم تا به ۱۳۹۷ برسیم. برای این کار هم کارهای مختلفی می‌شه کرد. مثلاً:

$$18 \xrightarrow{18=9+9 \text{ و } 9\times 9=81} 81 \xrightarrow{81=40+41 \text{ و } 40\times 41=1640} 1640$$

پس از ۱۸ می‌شه به ۱۳۹۷ رسید.

## مسأله‌ی چهارم - همه جا به نوبت

(الف)

این قسمت راه زیاد داره. مثلاً نفر آخر می‌تونه یکی بیشتر از شماره جلوییش باقی‌مانده‌ش به ۱۰۰۱ رو بگه (و اگه باقی‌مانده‌اش ۰ شد خود ۱۰۰۱ رو بگه). اینطوری جلویی که عدد اعلام شده رو شنیده و طبق قرار قبلی می‌دونه این عدد باقی‌مانده‌ی عدد خودش به علاوه یک بر ۱۰۰۱، می‌تونه عدد اعلام شده را منهای یک کنه و دوباره بر ۱۰۰۱ باقی‌مانده بگیره و شماره کلاه خودش بدست میاد. پس می‌تونه شماره‌ی کلاهش رو بگه و قبول بشه.

(ب)

آخرین دانش‌آموز در صف مجموع شماره‌ی کلاه همه‌ی جلویی‌هاش رو حساب می‌کنه و باقی‌مونده‌ی تقسیم این عدد بر ۱۰۰۱ رو بدست میاره و همین عدد رو اعلام می‌کنه. نفر بعدی به راحتی می‌تونه با کم کردن عدد اعلام شده از مجموع کلاه‌های روبروش و باقی‌مانده گرفتن به ۱۰۰۱ عددش کلاهش رو بفهمه و اعلام کنه. اگر نوبت برسه به کسی که وقتی عدد کلاهش با عددی که دانش‌آموز آخر اعلام کرده مساوی‌ان شماره کلاه نفر اول رو اعلام می‌کنه این طوری همه می‌فهمن که شماره کلاهش همون عددی بوده که اول اعلام شده. با این روش فقط نفر اول و آخر و شخصی که شماره کلاهش توسط نفر آخر اعلام شده قبول نمی‌شن پس حداقل ۹۹۷ نفر قبول می‌شن.

تفکر بیشتر: جواب این مسئله ۹۹۹ه. می‌تونین راه بالا رو جووری اصلاح کنین که ۹۹۹ نفر قبول بشن؟ برای راهنمایی فرض کنین هر کسی تعداد افرادی که جلوشن و عدد کلاهشون بزرگتره رو پیدا کنه و باقی‌مانده‌اش به

دو رو حساب کنه. حالا نفر آخر عدد همه رو می‌دونه و فقط بین عدد کلاه خودش و عدد کلاهی که سر کسی نیست شک داره. فرض کنین اگه باقی‌مانده‌ای که بالا گفتیم حساب کرده ۱ بود بین این دو عدد، عدد کوچکتر را اعلام کنه و اگر نه عدد بزرگتر را اعلام کنه. اینجوری ....

### مسأله‌ی پنجم – این دوستیاست که می‌مونه

(الف)

چون هر شاخک حداکثر ۲ حالت دارد پس در کل حداکثر  $2^3$  یا ۸ شکیب‌شاخ داریم. می‌تونین این ۸ نفر را نام ببرید؟

(ب)

هر کس سه‌تا دوست داره چون تعداد دوستاییش که باهاش در شاخک شماره  $i$  تفاوت داره ۱ (چرا؟) و سه‌تا شاخک هم داره پس در کل سه‌تا دوست داره.

(پ)

فرض کنید  $a$  و  $b$  دو شکیب‌شاخ باشند ک با هم دوستند. و فرض کنید که در شاخک شماره  $i$  با هم تفاوت دارند. حال فرض کنید  $b$  با  $c$  هم دوست است و در شاخک شماره  $j$  با هم تفاوت دارند. حال دو حالت داریم:

۱-  $i = j$ . این حالت نمی‌تواند رخ دهد. زیرا در این صورت  $a$  و  $c$  هم‌نام می‌شوند (چرا؟) که مخالف فرض سوال است.

۲-  $i \neq j$ . در این حالت هم  $a$  و  $c$  در دقیقه ۲ شاخک اختلاف دارند (چرا؟) پس  $a$  و  $c$  نمی‌توانند با هم دوست باشند.

پس در کل مسئله حل شد و هیچ  $a$  و  $b$  و  $c$  ای وجود ندارند که همه با هم دوست باشند.

(ت)

روش‌های زیادی برای این کار وجود دارد. روش زیر یکی از این روش‌هاست.

تیم الف: قرمز قرمز قرمز، قرمز سبز سبز، سبز قرمز سبز، سبز سبز قرمز

تیم ب: سبز سبز سبز، سبز قرمز قرمز، قرمز سبز قرمز، قرمز قرمز سبز

چرا این تیم‌بندی در شرایط سوال صدق می‌کنه؟